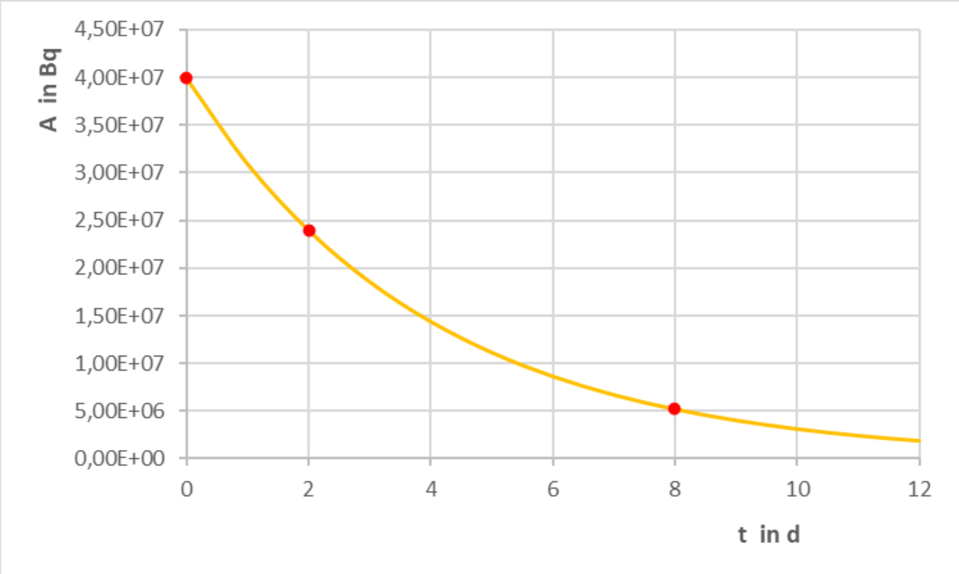
Zusatzaufgaben zu den Gesetzen des radioaktiven Zerfalls

Aufgabe 1:

Stelle den radioaktiven Zerfall aus Aufgabe 1 (Kap. 6 Aufgaben) in einem Diagramm Aktivität über Zeit dar.
Markiere die 3 Zeitpunkte.

Lösung 1:

($A=4\cdot 10^{+7}\cdot e^{-0{,}2554\cdot t}$)



Aufgabe 2:

Holz (Sträucher, Bäume…) besteht neben Kohlenstoffatomen (ca. 50 Massen%) aus Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff. Neben C12 Atomen sind auch radioaktive C14 Atome (Halbwertszeit 5730 Jahre) im Holz. Der Anteil beträgt ca. 10^{-10}%.

Mit der Radiokarbonmethode (auch Radiokohlenstoffdatierung genannt) (Abb.1) kann man bei abgestorbenem Holz das Alter bestimmen.

1 g „lebendes" Holz hat eine Aktivität von 0,255 Bq.

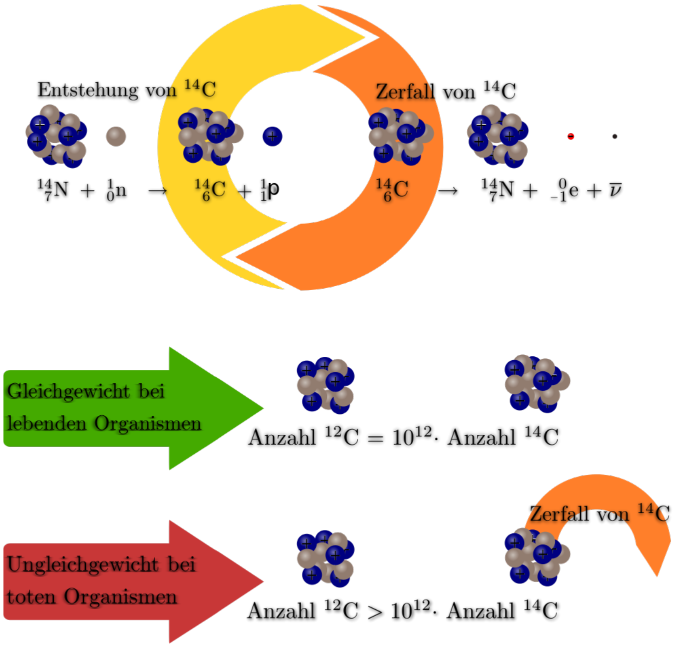


Abb.1: Radiokarbonmethode
Quelle: wikipedia

a) Der Stiel einer Axt hat eine Aktivität von 852 Zerfällen/Stunde. Aus welchem Jahrhundert war die Axt?

b) Wie alt darf ein Stück Holz (m = 1 g) maximal sein, damit noch ein C14-Atom übrigbleibt?

c) Welche Masse müsste ein Stück Holz gehabt haben, wenn es seit 1 Million Jahren zerfällt und heute noch 1 C14-Atom enthält?

$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ Atome/mol

Anmerkung:

Die Berechnungen unter b) und c) sind als reine Rechenaufgaben anzusehen.

Der radioaktive Zerfall ist ein statistischer Vorgang, der nur mit einer genügend grossen Teilchenzahl beschrieben werden kann. Ausserdem gibt es Ungenauigkeiten bei der Bestimmung (z.B. ist der C14-Anteil nicht immer konstant). Die Methode kann nur für Zeiträume von ca. 300 bis 60.000 Jahren verwendet werden.

Daher kann ein Zerfall bis zum letzten Atom zwar mathematisch berechnet werden, er entspricht aber sicher nicht der Realität. Er ist also physikalisch nicht sinnvoll!

Lösung 2:

geg.: a) $m = 1$ g; $N_0 = 0{,}255$ 1/s; 50%C; 10^{-10}% C14, $N = 852$ 1/h; $T_{1/2} = 5730$a;

b) $m = 1$g; 1 Atom

c) $t = 1 \cdot 10^6$ a; 1 Atom

ges: a) Jahrhundert / t(0,255 Bq -> 852 Zerfällen/Stunde)

b) t (m=1g –> 1 Atom)

c) m = ?

Lsg.:

a) Aktivität: $N_0 = 0{,}255$ Bq $= 0{,}255$ 1/s $\cdot$ 3600 s/h $= 918$ 1/h

$N(t)=N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$\Leftrightarrow N(t) / N_0 = e^{-\lambda t}$

$\Leftrightarrow \ln[N(t) / N_0] = - \lambda t$

$\Leftrightarrow \ln[N(t) / N_0] = - [\ln 2 / T_{1/2}]t$

$\Leftrightarrow t = \ln[N(t) / N_0)] / \{- [\ln 2 / T_{1/2}]\}$

$\Leftrightarrow \ln [N(t) / N_0)] = (-\ln 2 \cdot t)/T_{1/2}$

$\Leftrightarrow \ln N(t) - \ln N_0) = (-\ln 2 \cdot t)/T_{1/2}$

$\Leftrightarrow t = \{T_{1/2} \cdot [(\ln N(t) - \ln N_0)]\}/(-\ln 2)$

$\Leftrightarrow t = \{5730\text{a} \cdot [(\ln 852 - \ln 918)]\}/(-\ln 2)$

$\Leftrightarrow t = 616{,}78$ a

Aktuelles Jahr - 616 Jahre => <u>15. Jahrhundert</u>

b) m =1 g Holz => m =0,5 g C

$N_0(C) = n \cdot N_A$

$N_0(C) = m \cdot N_A/M = [0{,}5 \text{ g} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ Atome/mol}] / [12\text{g/mol}]$ (1)

$N_0(C14) = 10^{-12} \cdot N(C12)$ (2)

Aus (1) und (2):

$N_0(C14) = 10^{-12} \cdot [0{,}5 \text{ g} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ Atome/mol}] / [12\text{g/mol}]$

$N_0(C14) = 25{,}09 \cdot 10^9$ Atome

$t = 5730\text{a} [(\ln 1 - \ln 25{,}09 \cdot 10^9)]/(-\ln 2)$

$\Leftrightarrow \underline{t = 197950{,}83 \text{ a}}$

b) $N(C14) = N_0(C14) \cdot e^{-\lambda t}$

$\Leftrightarrow$ $N_0(C14) = N(C14) / e^{-\lambda t}$

Mit $\lambda = -\ln 2 / T_{1/2}$

$N_0(C14) = 1 \text{ Atom} / e^{-(\ln 2 \cdot t / T_{1/2})}$

$= 1 \text{ Atom} / e^{-(\ln 2 \cdot 10_6 a / 5730 a)}$

$N_0(C14) = 34{,}34 \cdot 10^{51}$ Atome

(1): $N_0(C) = m \cdot N_A / M$

$\Rightarrow m(C12) = N_0(C12) \cdot M / N_A$ (1')

(2) :$N_0(C14) = 10^{-12} \cdot N_0(C12)$

$\Leftrightarrow N_0(C12) = 10^{12} \cdot N_0(C14)$ (2')

Aus (1') und (2'):

$m(C12) = 10^{12} \cdot N_0(C14) \cdot M / N_A$

$= 10^{12} \cdot 34{,}34 \cdot 10^{51}$ Atome $\cdot$ 12g/mol / ($6{,}022 \cdot 10^{23}$ Atome/mol)

$m(C12) = 684{,}25 \cdot 10^{39}$g

m (Holz) $= 2 \cdot m(C12)$

$= 2 \cdot 684{,}25 \cdot 10^{39}$g

m (Holz) $= 1{,}37 \cdot 10^{42}$g

Aufgabe 3:

Vor ungefähr 6 Milliarden Jahren gab es die Uran-Isotope U235 und U238 zu je 50 Prozent. Wie hoch sind die Anteile (in Prozent) heute? $T_{1/2}$ (U235) = $4{,}5 \cdot 10^9$ a, $T_{1/2}$ (U238) = $7{,}0 \cdot 10^8$ a

Anmerkung:

In den meisten Atomreaktoren werden U235-Kerne gespalten. Übrigens liegt bei dem hierfür wirtschaftlich gewonnen Uranerz der Gesamtanteil an Uran bei nur 0,1%.

Lösung 3:

geg.: $t = 6 \cdot 10^8$ a, [P(U235) = P(U238) = 50%], $T_{1/2}$(U235) = $4{,}5 \cdot 10^9$ a, $T_{1/2}$(U238) = $7{,}0 \cdot 10^8$ a

ges: P(U235), P(U238)

Lsg.:

$T_{1/2}$ (U238) = $7{,}0 \cdot 10^8$ a = $0{,}7 \cdot 10^9$ a

$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$N(t) / N_0 = e^{-\ln 2 \cdot t / T_{1/2}}$

Für U235:

$N(U235) / N_0(U235) = e^{-\ln 2 \cdot 6/0{,}7} = 0{,}00263 = 2{,}63 \cdot 10^{-3}$

Für U238:

$N(U238) / N_0(U238) = e^{-\ln 2 \cdot 6/4{,}5} = 0{,}397 = 396{,}85 \cdot 10^{-3}$

Aus P(U235) = P(U238) = 50%

folgt $N_0(U235) = N_0(U238)$

Somit P(U235) = [N(U235) / [N(U238)]

= $[N(U235) / N_0(U235)] / [N(U238) / N_0(U238)]$

= $2{,}63 \cdot 10^{-3} / 396{,}85 \cdot 10^{-3}$

= 0,00663

P(U235) = 0,66%